Apresentação da série

Saudações. Esse é o primeiro vídeo de uma série sobre física. Especialmente física moderna (quântica, relatividade, cordas, teoria de campos, etc.), termodinâmica (porque é legal) e alguns conceitos mais recentes em física clássica, necessários para compreender os conceitos de física moderna. Isso eventualmente pode envolver áreas mais práticas, como astronomia.

Eu não tenho a mínima ideia de quantos vídeos essa série terá, ou da frequência com a qual esses vídeos serão postados. Produzi-los dá um trabalho acima da média.

O objeto da série é abordar esses conceitos com um meio termo entre uma explicação leiga e uma explicação a nível universitário. Ou seja, iremos apresentar equações e verificar como elas já foram utilizadas, mas não nos preocuparemos com desenvolver um rigor matemático, com demonstrar teoremas, ou com resolver exercícios.

Não assista esses vídeos na esperança deles lhe salvarem para a prova de amanhã, porque eles provavelmente não vão.

Apresentação da série

Cada vídeo tem alguns pré-requisitos para a total compreensão. Porém, não possuí-los não significa que você não será capaz de entender nada, e apresentarei explicações prévias ou intuitivas para o que a maioria dos conceitos do ensino superior significam.



A natureza da luz

Conteúdo do vídeo

Nesse vídeo, estudaremos:

- O que são as equações de Maxwell.
- Como as equações de Maxwell permitem explicar a propagação da onda eletromagnética no vácuo.
- O que é uma onda eletromagnética e suas propriedades.
- Como as ondas eletromagnéticas se sobrepõe.
- O que são fótons e como foram descobertos.
- Algumas (poucas) propriedades dos fótons.



A natureza da luz

Pré-requisitos

Esse conteúdo de matemática do ensino médio é absolutamente necessário, e assumirei que você sabe o que são:

- Funções de números reais.
- Números complexos.
- Vetores

Esse conteúdo de matemática do ensino superior é necessário para a total compreensão, mas darei uma noção intuitiva do que essas coisas são, e você ainda pode entender a parte qualitativa do vídeo sem ele:

- Derivadas e derivadas parciais.
- Integrais, integrais de superfície e integrais de linha.
- Funções vetoriais.
- Operador divergência e operador rotacional.



Vetores – esses do espaço vetorial euclidiano mesmo – podem ser escritos na forma de matrizes. Por exemplo:

$$\vec{v} = (1,8,3) = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}$$

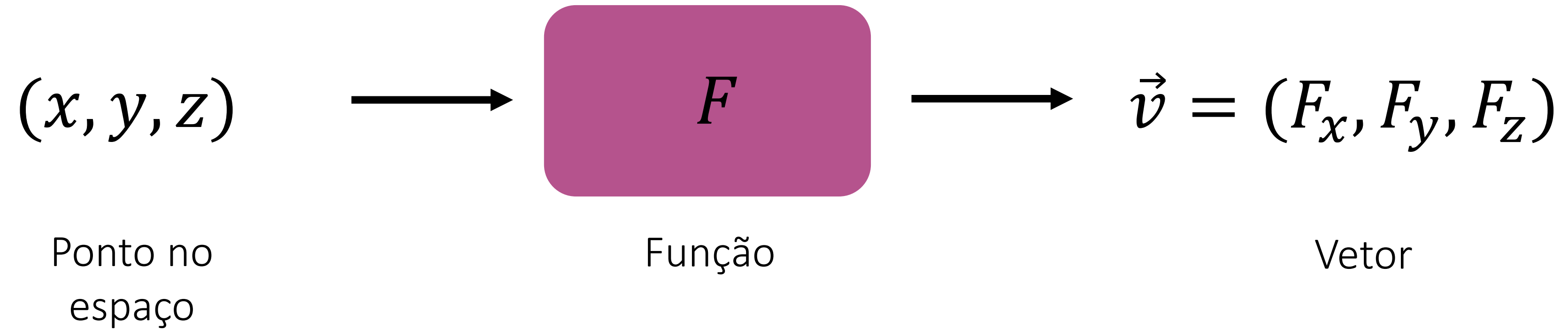
Essa notação facilita algumas operações.



Noções de cálculo vetorial

Função vetorial

Uma função (ou campo) vetorial é uma entidade matemática que recebe um ponto no espaço e devolve um vetor. Ou seja:







Toda função vetorial constitui de uma função normal das coordenadas do espaço para cada um dos elementos da matriz resultante. Um exemplo de função vetorial é:

$$A(x,y,z) = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + y \\ 5 \\ 3z^2 \end{bmatrix}$$

E a aplicação dessa função no ponto $P = (1,2,3)$ é:

$$A(1,2,3) = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + y \\ 5 \\ 3z^2 \end{bmatrix}_{\substack{x=1 \\ y=2 \\ z=3}} = \begin{bmatrix} 2 + 2 \\ 5 \\ 3 \times 3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 27 \end{bmatrix}$$



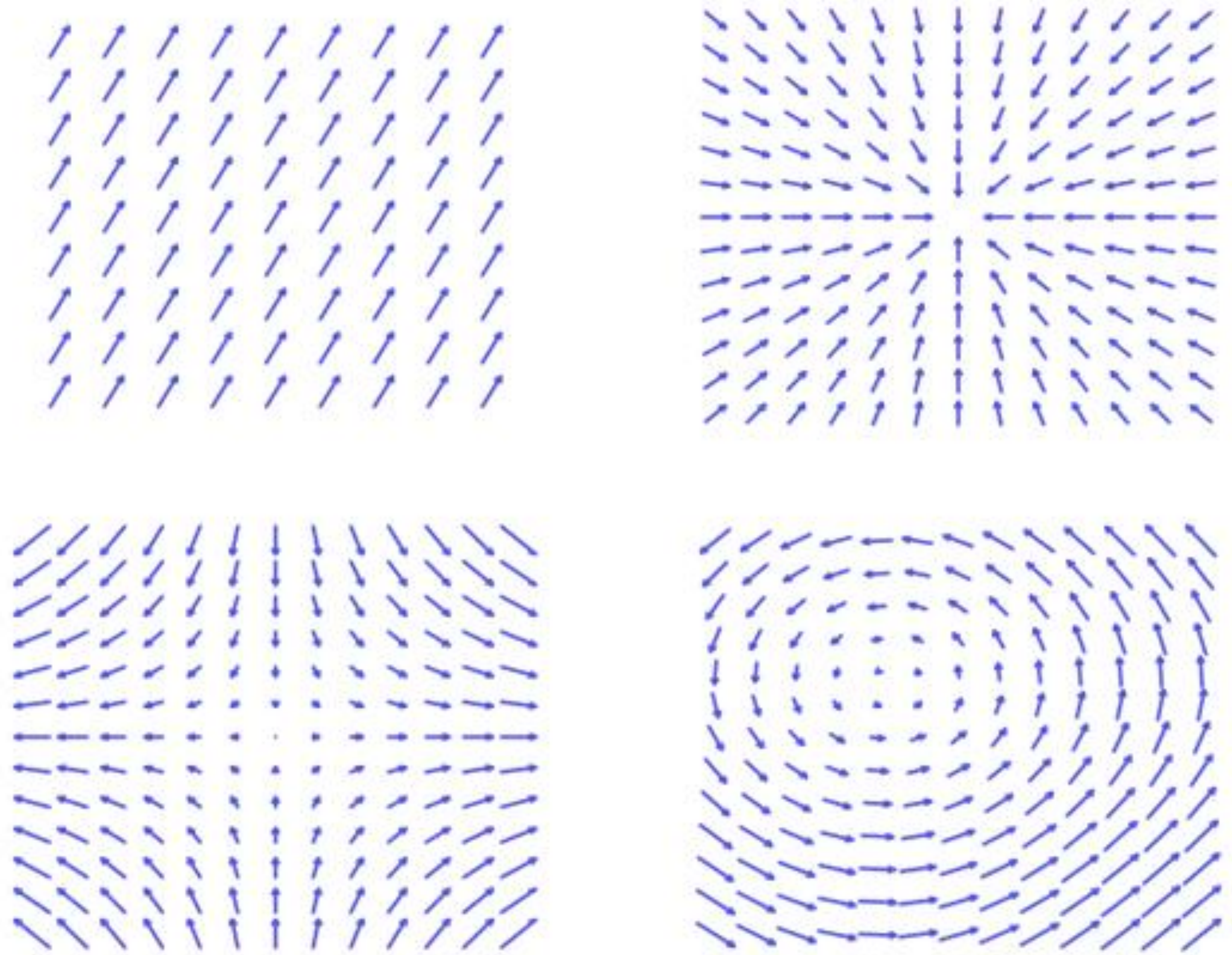
Noções de cálculo vetorial

Representação gráfica de uma função vetorial

Existem infinitos pontos no espaço vetorial euclidiano, e a função vetorial associa a cada um desses pontos um vetor particular.

Evidentemente, é impossível representar infinitas setas em um desenho. Mas, podemos representar um número limitado delas, como é o caso das funções vetoriais ao lado.

O importante é lembrar que não só os vetores do desenho compõe o campo, mas sim cada vetor associado a cada ponto: infinitos.

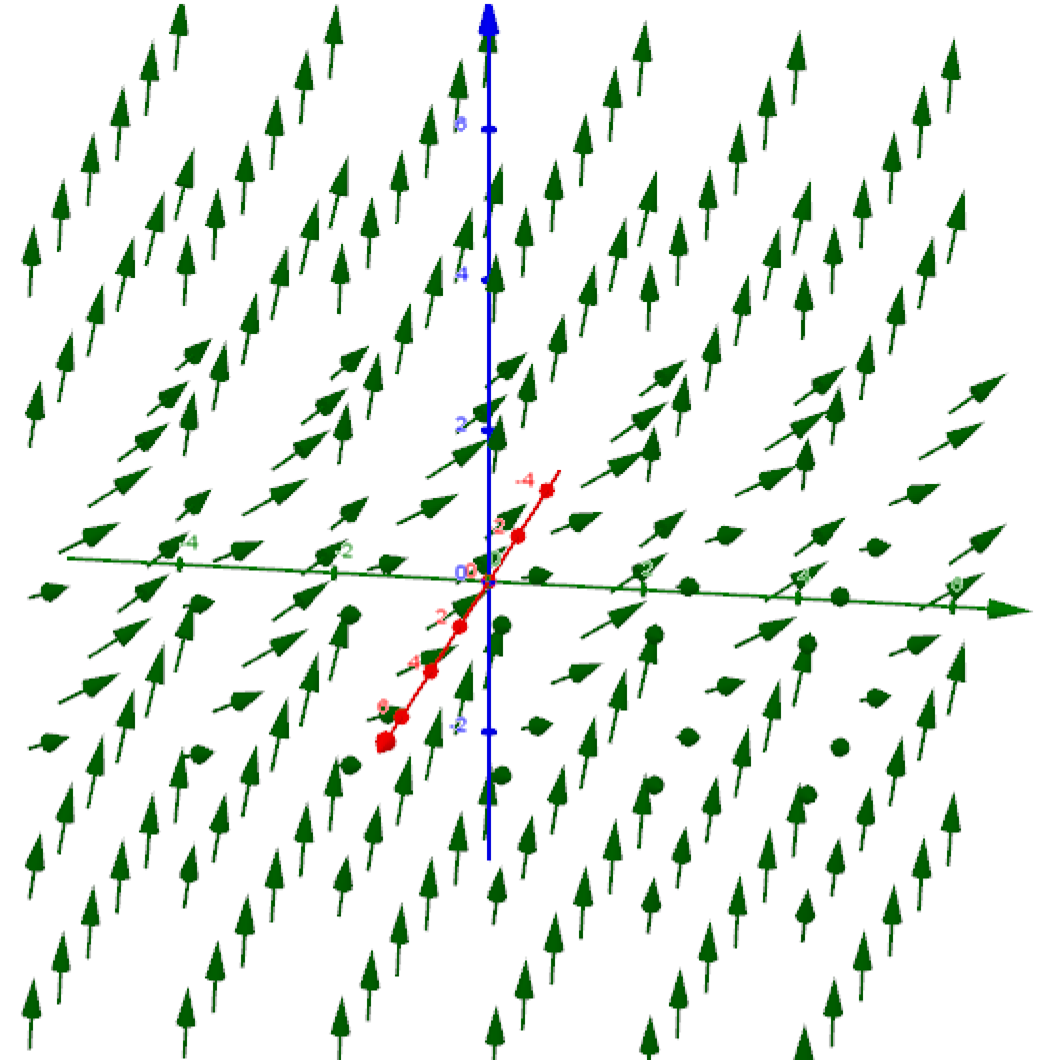




Noções de cálculo vetorial

Representação gráfica de uma função vetorial

Evidentemente, o mesmo pode ser feito em um espaço tridimensional, apesar da visualização não ser das mais agradáveis.

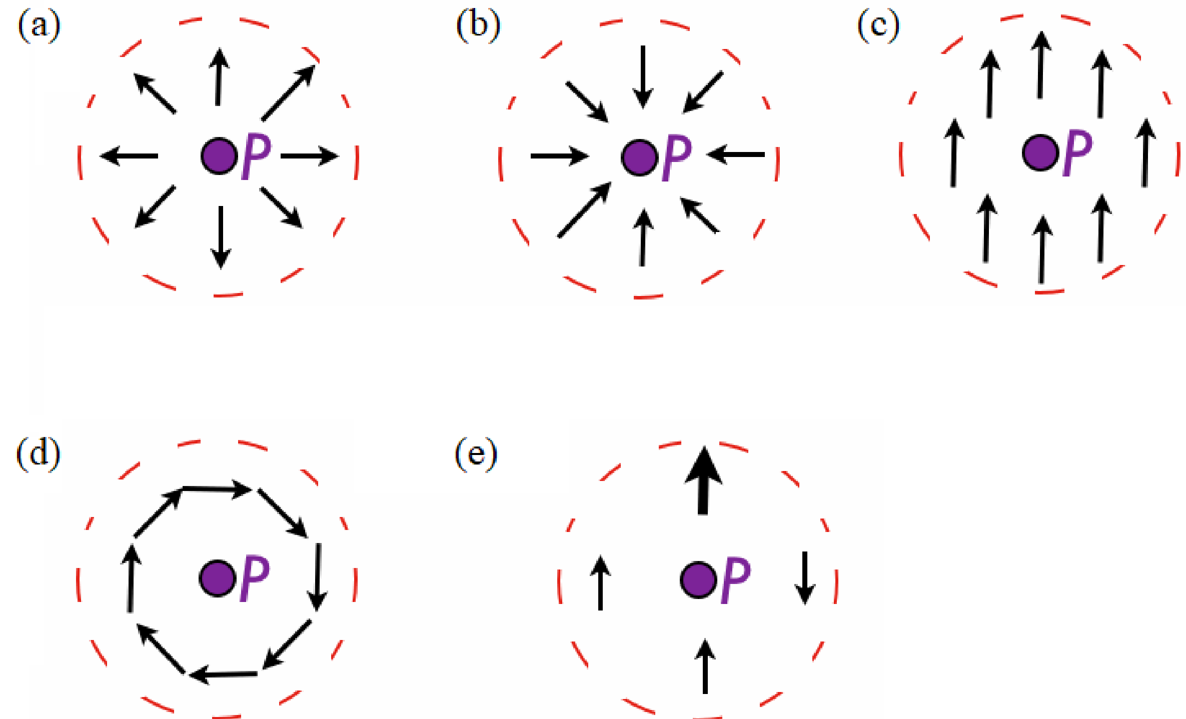




O operador divergência é representado pelo símbolo $\nabla \cdot$, e mede o fluxo de entrada ou saída em uma superfície ao redor de um ponto. Isto é, se podemos dizer que mais vetores estão indo em direção ao ponto (divergência negativa) ou se afastando dele (divergência positiva), e com qual intensidade isso acontece.

Por exemplo, a Figura 11 mostra diversas situações.

Na situação (a), o fluxo é para fora do ponto, e, portanto, a divergência é positiva e, pelo mesmo raciocínio, a divergência é negativa na situação (b). Na situação (c), vetores entram e saem da superfície na mesma intensidade e, portanto, a divergência é zero. Na situação (d), a divergência também é zero, mas por outro motivo: todos os vetores tangenciam a superfície e, portanto, nenhum vetor a atravessa. Por fim, na situação (e), não há vetores entrando ou saindo dos pontos nas bordas laterais, mas há um vetor de muita magnitude saindo, e um vetor de pouca magnitude entrando. Portanto, a divergência é positiva.





A divergência é também quantificada, determinando o quão rápido a função vetorial está mudando em cada direção. Seu operador aceita apenas funções vetoriais, e é dado pela soma das derivadas parciais em cada componente da função:

$$\nabla \cdot A(x,y,z) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Por exemplo, no exemplo da equação 2.2, a divergência é dada por:

$$\nabla \cdot A(x,y,z) = \frac{\partial(2x+y)}{\partial x} + \frac{\partial(5)}{\partial y} + \frac{\partial(3z^2)}{\partial z} = 2 + 0 + 6z = 2 + 6z$$

Para encontrar esse valor em algum ponto nesse campo vetorial, basta inserirmos suas coordenadas na equação de divergência. Por exemplo, a divergência no ponto $(1,2,3)$ é dada por:

$$\nabla \cdot A(x,y,z)_{\substack{x=1\\y=2\\z=3}} = 2 + 6z = 2 + 6 \times 3 = 20$$



Noções de cálculo vetorial

Operador divergência

A divergência é também quantificada. Seu operador aceita apenas funções vetoriais, e é dado pela soma das derivadas parciais em cada componente da função:

$$\nabla \cdot A(x,y,z) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

No exemplo inicial, a divergência é dada por:

$$\nabla \cdot A(x,y,z) = \frac{\partial(2x+y)}{\partial x} + \frac{\partial(5)}{\partial y} + \frac{\partial(3z^2)}{\partial z} = 2 + 0 + 6z = 2 + 6z$$

Para encontrar esse valor em algum ponto nesse campo vetorial, basta inserirmos suas coordenadas na equação de divergência. Por exemplo, a divergência no ponto $(1,2,3)$ é dada por:

$$\nabla \cdot A(x,y,z)_{\substack{x=1\\y=2\\z=3}} = 2 + 6z = 2 + 6 \times 3 = 20$$



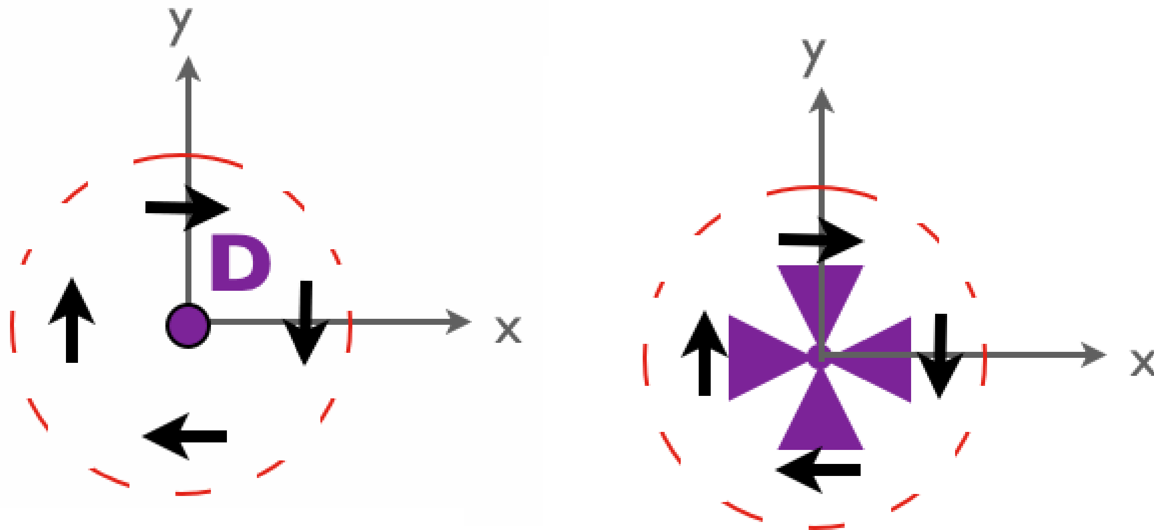
Noções de cálculo vetorial

Operador rotacional

Imagine que nosso campo vetorial represente a velocidade uma corrente plana de água. Imagine, então, que colocássemos uma hélice nesse plano, centrada em um ponto. A hélice giraria? Para qual sentido?

O operador rotacional, representado pelo símbolo $\nabla \times$, nos dá essa resposta. Ele mede a rotação de um campo vetorial ao redor de um ponto. Assim, o operador recebe uma função vetorial e um ponto, e devolve um vetor, que traduz como a rotação acontece.

No caso tridimensional, isso deve ser determinado para todos os três planos.





Noções de cálculo vetorial

Operador rotacional

A definição matemática para o operador rotação é a seguinte:

$$\nabla \times A(x,y,z) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \\ \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \end{bmatrix}$$

Podemos interpretar essa definição matemática considerando que, por exemplo, $\frac{\partial A_z}{\partial y}$ deve ser interpretado como "a taxa de mudança na orientação de z na direção y". E, portanto, um membro como $\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)$ deve ser interpretado como "quanto uma hélice gira no plano y-z".



A definição matemática para o operador rotação é a seguinte:

$$\nabla \times A(x,y,z) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \\ \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \end{bmatrix}$$

Podemos interpretar essa definição matemática considerando que, por exemplo, $\frac{\partial A_z}{\partial y}$ deve ser interpretado como "a taxa de mudança na orientação de z na direção y". E, portanto, um membro como $\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)$ deve ser interpretado como "quanto uma hélice gira no plano y-z".



No caso da função vetorial de exemplo, temos:

$$\nabla \times A(x,y,z) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial(3z^2)}{\partial y} - \frac{\partial(5)}{\partial z}\right) \\ \left(\frac{\partial(2x+y)}{\partial z} - \frac{\partial(3z^2)}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{\partial(5)}{\partial x} - \frac{\partial(2x+y)}{\partial y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0-0) \\ (0-0) \\ (0-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$



A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell

O fato de ondas eletromagnéticas se propagarem no vácuo foi assunto de debates entre inúmeros cientistas dos séculos XVIII e XIX. Alguns até mesmos propuseram que o vácuo na verdade era preenchido por um fluído invisível e infinito, chamado éter luminífero.

Entretanto, experiências falharam em encontrar evidências da existência do éter luminífero, e James Clark Maxwell foi capaz de mostrar que essa questão poderia ser contida em um conjunto de equações desenvolvidas por outros cientistas anos atrás (que agora conhecemos como equações de Maxwell), e que a solução para essas equações condizia com a existência de ondas que consistiam de campos elétricos e magnéticos oscilando, que podem viajar pelo espaço vazio sem necessidade de um meio de propagação.



A primeira equação de Maxwell, também conhecida como lei de Gauss, nos diz como o campo elétrico se comporta ao redor de uma carga elétrica. Ela é escrita como:

$$\nabla \cdot D = \rho_v$$

Em que D é um campo vetorial chamado densidade de fluxo elétrico, medido em Columbs por metro quadrado (Cm^{-2}) e ρ_V é densidade de carga volumétrica: a razão entre a carga total de um corpo e seu volume.

$$\rho_V = \frac{\text{carga total}}{\text{volume}}$$

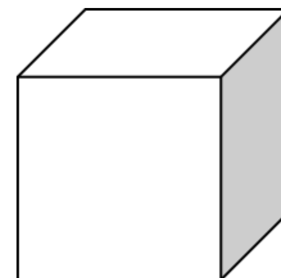
O valor de D se relaciona com o campo elétrico de forma independente do meio, sendo q_1 uma carga elétrica, ε a constante de permissividade do meio e R^2 a distância ao centro da carga:

$$D = \varepsilon E = \frac{\varepsilon q_1}{4\pi\varepsilon R^2} = \frac{q_1}{4\pi R^2}$$



Da mesma forma, essa equação pode ser escrita na sua forma integral. Para tanto, assumiremos um volume arbitrário V, que tem uma fronteira também arbitrária S. Assim:

$$\int_V (\nabla \cdot D) dV = \int_V \rho_V \, dV$$



Desenvolvendo ambos os lados, temos:

$$\int_S D \cdot dS = Q$$

Em que Q é a quantidade total de carga dentro do volume. Para deixar as coisas mais clara, considere, por exemplo, um cubo, no qual a carga total em seu interior é Q. Esse cubo é delimitado por uma fronteira S, equivalente à todas as suas bordas.

O que a Lei de Gauss nos garante é que, para saber o fluxo elétrico total entrando ou saindo de qualquer volume (conforme o sinal), basta sabermos o total de carga contida nesse volume: eles sempre são iguais.



A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Gauss

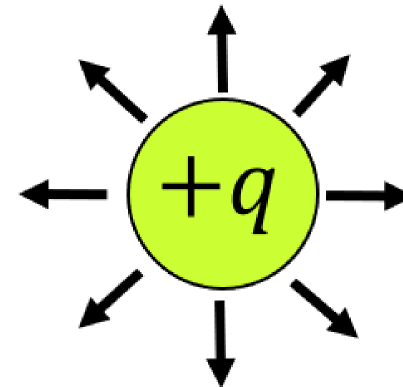
E o que isso significa? A lei de Gauss diz que cargas elétricas atuam como fontes ou escoamentos para os campos elétricos. Em outras palavras: a divergência do vetor densidade de fluxo elétrico é igual a relação entre carga total em uma região e seu volume.

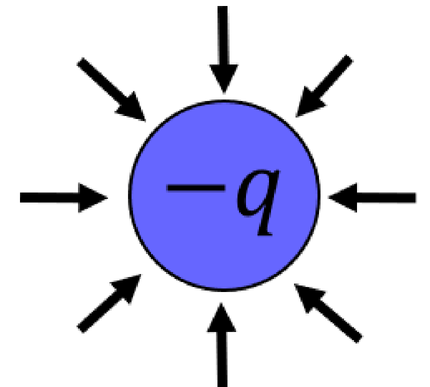
Cargas positivas atuam como "fontes" de campo elétrico, ao passo que cargas negativas atuam como "ralos".

Quanto a densidade de fluxo elétrico sai ou entra de uma região

Relação entre a carga total e o volume da região

$$\nabla \cdot D = \rho_v$$







A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Gauss para o magnetismo

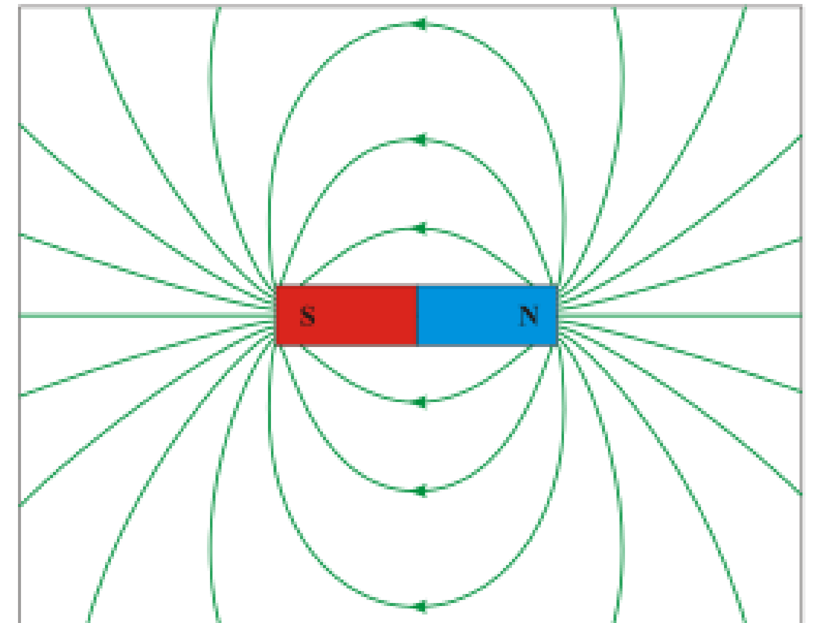
A segunda equação de Maxwell, conhecida como lei de Gauss para o magnetismo, nos diz como o campo magnético se comporta ao redor de uma carga elétrica. Ela é descrita da forma:

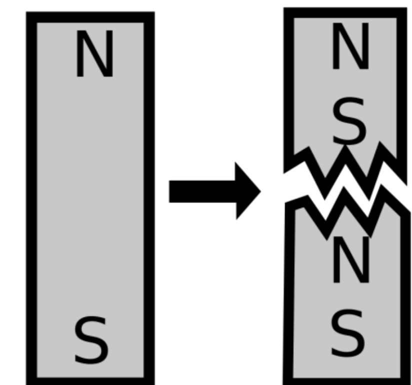
$$\nabla \cdot B = 0$$

Em que B é um campo vetorial denominado densidade de fluxo magnético, medida em Webers por metro quadrado ($\mathrm{Wm^{-2}}$), e que se relaciona ao campo magnético da seguinte forma, em que μ é a constante de permeabilidade do meio

$$B = \mu E$$

Na prática, a lei de Gauss para o magnetismo nos diz que a divergência do campo magnético em qualquer superfície ao redor de um ponto é zero. Em outras palavras, que não existem cargas magnéticas (também chamada de monopolos, ou imãs de um único polo).







A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Faraday

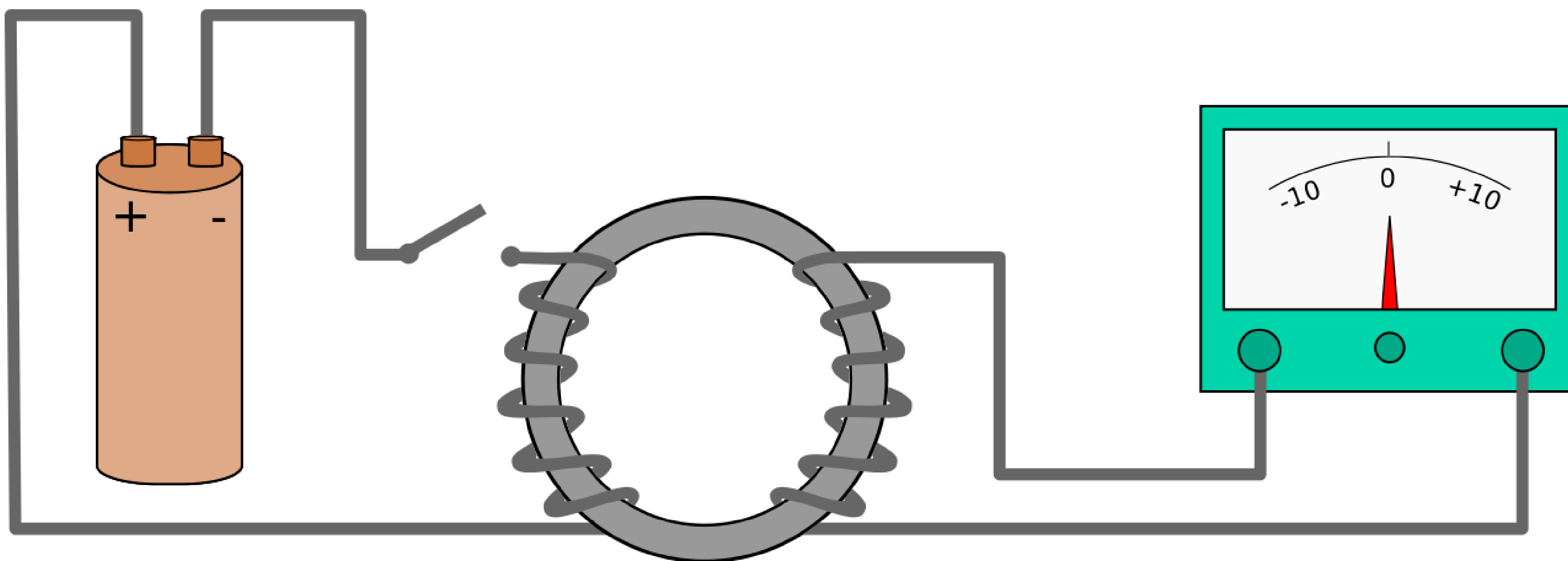
A terceira equação de Maxwell, conhecida como lei de Faraday, nos diz que uma mudança no campo magnético dá origem a uma corrente elétrica. Ela é descrita da forma:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

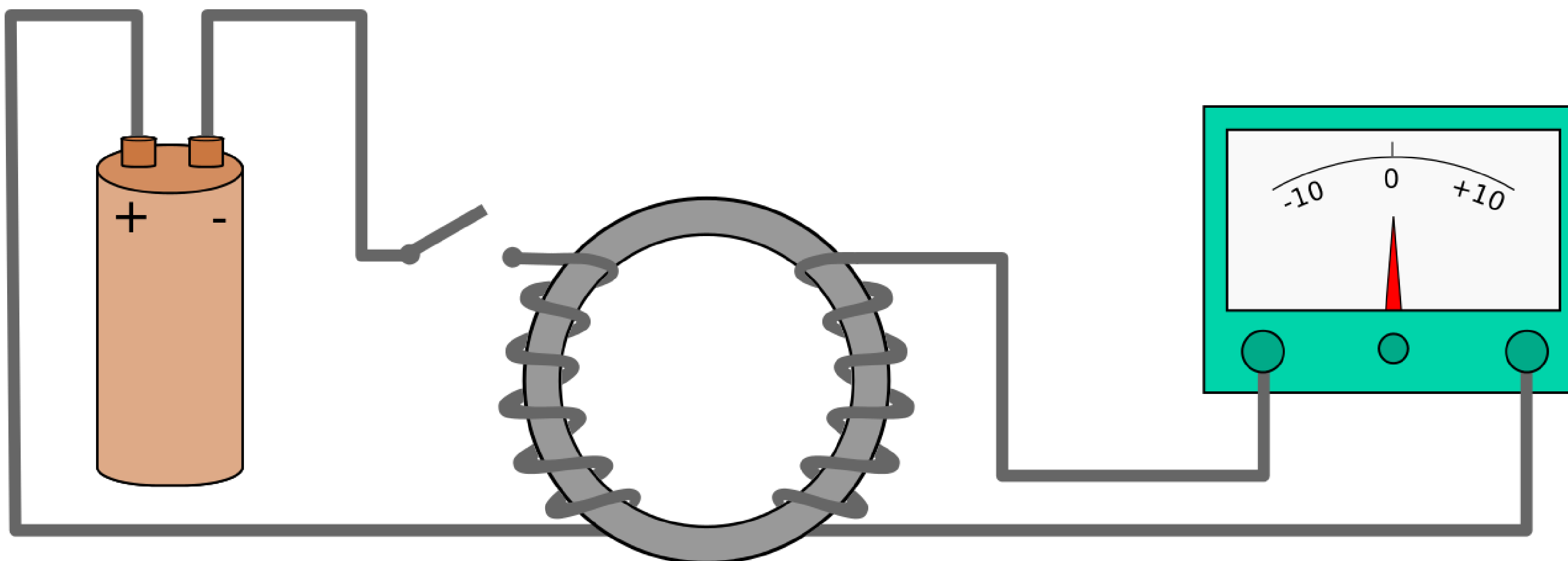
A variação do campo magnético no tempo

A rotação do campo elétrico

Para entendermos essa equação, primeiro precisamos estudar um experimento realizado pelo físico Michael Faraday em meados de 1830. A experiência consistia de uma bateria conectada a um dos lados do anel de ferro por uma chave. O outro lado, por sua vez, era conectado a um amperímetro. Ambas as conexões eram feitas enrolando os dois pedaços de fio no anel.

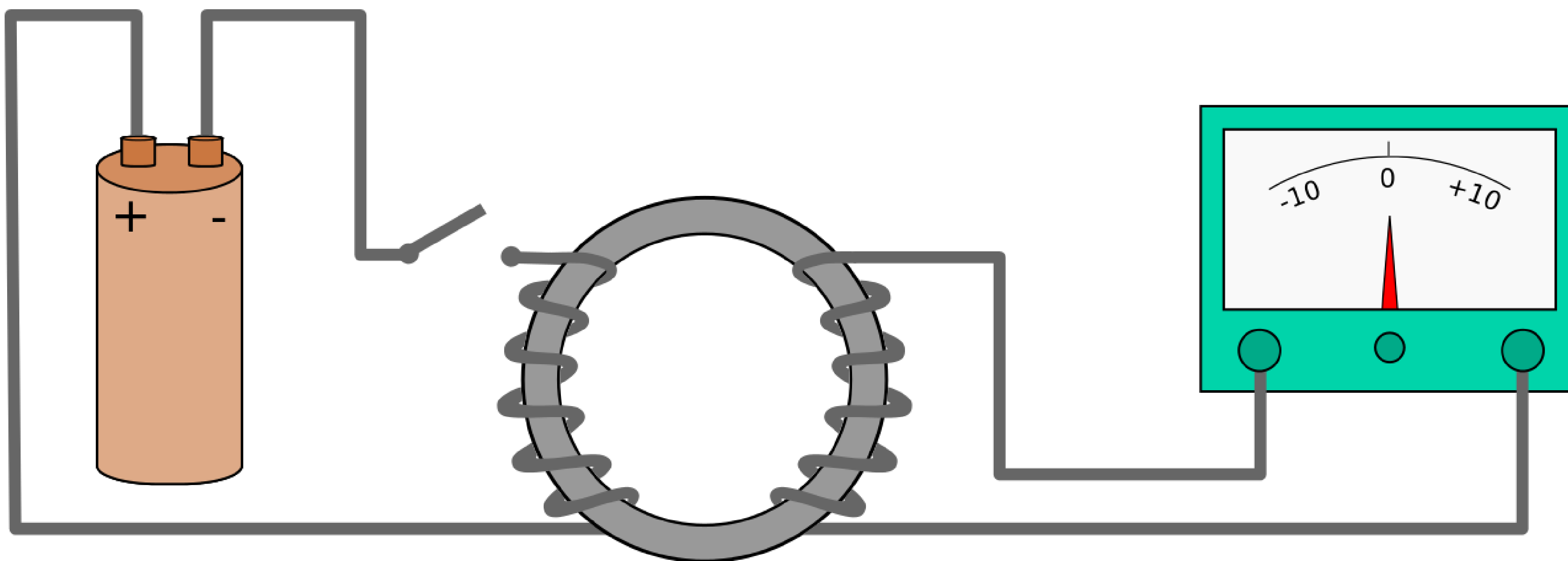


Como explicar esse fenômeno? Quando a chave era mudada de fechada para aberta, o fluxo magnético Φ aumentaria de zero para um valor máximo e, durante o período em que o fluxo aumentasse, haveria corrente elétrica no outro lado. Analogamente, quando a chave era mudada de aberta para fechada, o fluxo magnético decairia desse valor para zero, e, durante o período em que o fluxo decaísse, haveria corrente elétrica no outro lado, mas no sentido oposto.



Em outras palavras, a força eletromotriz EMF (causadora da corrente elétrica) podia ser descrita como a variação do fluxo magnético em função do tempo. Ou seja:

$$EMF = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$





A natureza ondulatória da luz

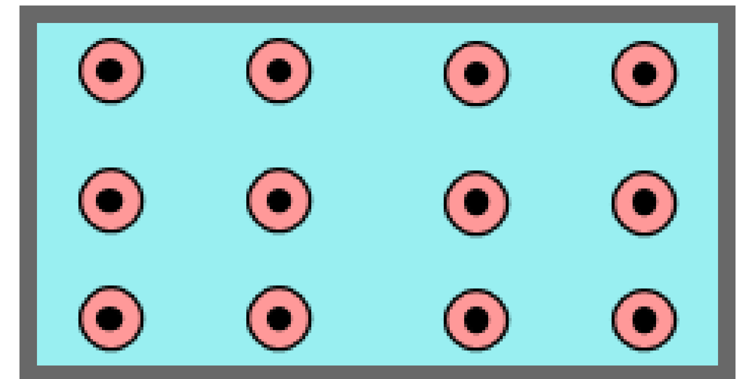
Equações de Maxwell: lei de Faraday

Para entendermos as implicações desse experimento, imagine um fio de comprimento L que rodeia um retângulo de área S, cujo interior é permeado por um campo magnético de densidade de fluxo magnética $B(t)$ de direção saindo do papel (ou da tela do seu aparelho) e que varia com o tempo.

O fluxo magnético total não é nada mais que a soma da densidade de fluxo magnética em todos os pontos da superfície ou, em outras palavras, a integral de superfície da densidade de fluxo magnética na área cercada pelo fio:

$$\Phi(t) = \int_S B(t)\, dS$$

Já a força eletromotriz total induzida em todo o circuito é o resultado da soma do campo elétrico em todos os pontos do fio. Em outras palavras, a integral de linha:



$$EMF_{\text{total}} = \oint_{\text{circuito}} E\, dL$$



O teorema de Stokes, por sua vez, nos diz que essa integral de linha é igual a integral de superfície do operador rotação aplicado no campo elétrico. Ou seja:

$$\oint_{\text{circuito}} E \cdot dL = \int_{S} \nabla \times E \, dS$$

Usando esse teorema e combinando algumas equações, temos:

$$\int_{S} \nabla \times E \cdot \, dS = -\frac{d}{dt}\int_{S} B(t) \, dS = \int_{S} -\frac{dB(t)}{dt} \, dS$$

O que nos leva a lei de Faraday:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$



A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Faraday

Em suma, a lei de Faraday nos mostra que um campo magnético mudando no tempo dá origem a um campo elétrico circulando ao redor do espaço, e um campo elétrico circulando ao redor de um espaço dá origem a um campo magnético mudando no tempo.



A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Ampere com adição de Maxwell

A quarta equação de Maxwell, conhecida como lei de Ampere com a adição de Maxwell, nos diz como campos magnéticos são gerados, e nos permite deduzir a existência de ondas eletromagnéticas que não precisam de um meio de propagação.

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Em que H é o campo magnético propriamente dito, D é a densidade de fluxo elétrico descrita anteriormente e J é a densidade de corrente elétrica, obtida através da razão entre a corrente em uma região e a seção transversal.

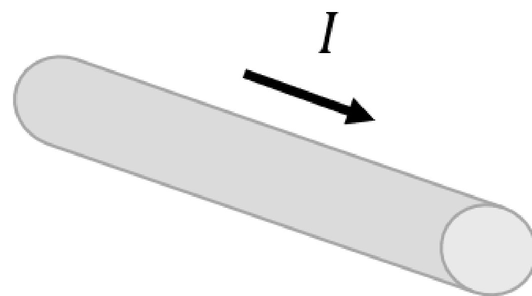
$$J = \frac{\text{Corrente total}}{\text{Área total}}$$

Além disso, a densidade J se relaciona com a corrente elétrica I através da integral de superfície sobre a área S em que a corrente passa:

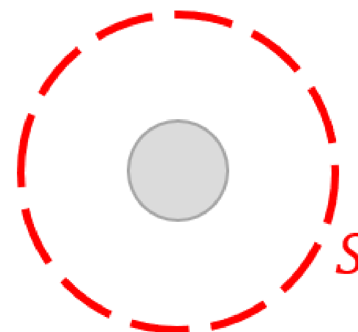
$$I = \int_{S} J \, dS$$

Suponha que temos um fio condutor pelo qual passa corrente. Se tomarmos qualquer caminho arbitrário circulando o fio, medirmos o campo magnético em todos os pontos desse caminho, e os somarmos (ou seja, uma integral de linha), o valor obtido será numericamente igual à corrente que passa por esse fio no caminho tomado. Em outras palavras:

$$\oint H \, dL = I$$



Visto de lado



Visto de frente



Além disso, H é um campo vetorial, o que significa que, além de magnitude, toda localização também tem uma direção associada. Logo, também é possível aplicar o operador rotação em H. E é isso que fazemos através do teorema de Stokes:

$$I = \oint H\, dL = \int_S \nabla \times H\, dS$$

Ou, ainda:

$$\int_S \nabla \times H\, dS = \int_S J\, dS$$

O que nos leva à lei de Ampere:

$$\nabla \times H = J$$



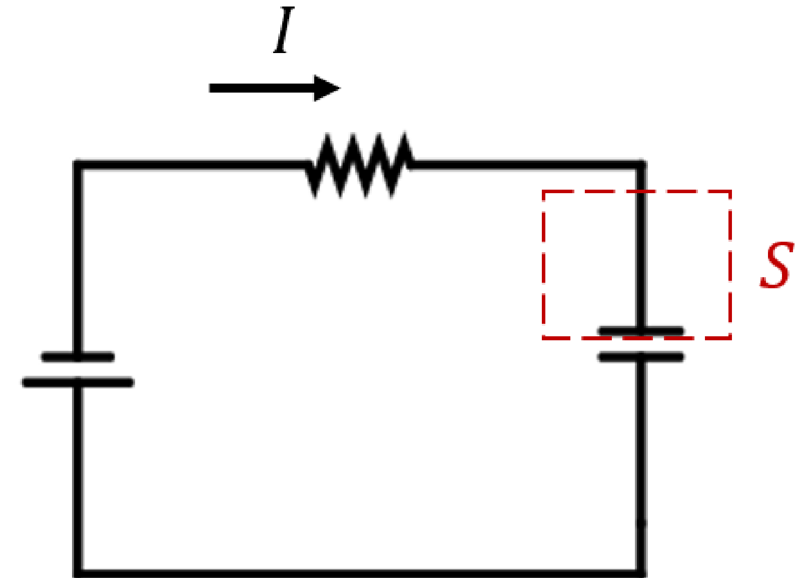
Porém, essa equação, na forma como está, tem um problema. Em qualquer situação, a divergência do operador rotacional tem que ser zero. Aplicando esse operador nos dois lados, obtemos:

$$\nabla \cdot (\nabla \times H) = \nabla \cdot J$$

Ou, ainda:

$$0 = \nabla \cdot J$$

O que significa que divergência da densidade de corrente deve ser zero, ou seja, a corrente que entra em uma região tem que ser igual à corrente que sai. Porém, isso não é verdade: em um circuito com uma fonte e um capacitor (composto por duas placas não conectadas), não há caminho entre as placas. Assim, nessa região, a divergência da densidade de corrente não é zero: o total de corrente que entra é diferente do total da corrente que sai.





A natureza ondulatória da luz

Equações de Maxwell: lei de Ampere com adição de Maxwell

Maxwell, partindo deste ponto, encontrou uma solução para o problema. Ele sabia que o campo elétrico estava mudando no capacitor, e sabia que uma variação no campo magnético produzia uma rotação no campo elétrico. Assim, Maxwell introduziu um conceito chamado corrente de deslocamento, dada pela variação do campo D (densidade de fluxo elétrico) em função do tempo. Ou seja:

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t}$$

Dessa forma, a equação tornou-se:

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Assim, a equação de Ampere com adição de Maxwell nos diz que uma corrente elétrica ou uma mudança no campo elétrico produzem um campo magnético que circula a corrente.



A natureza ondulatória da luz

Ondas eletromagnéticas

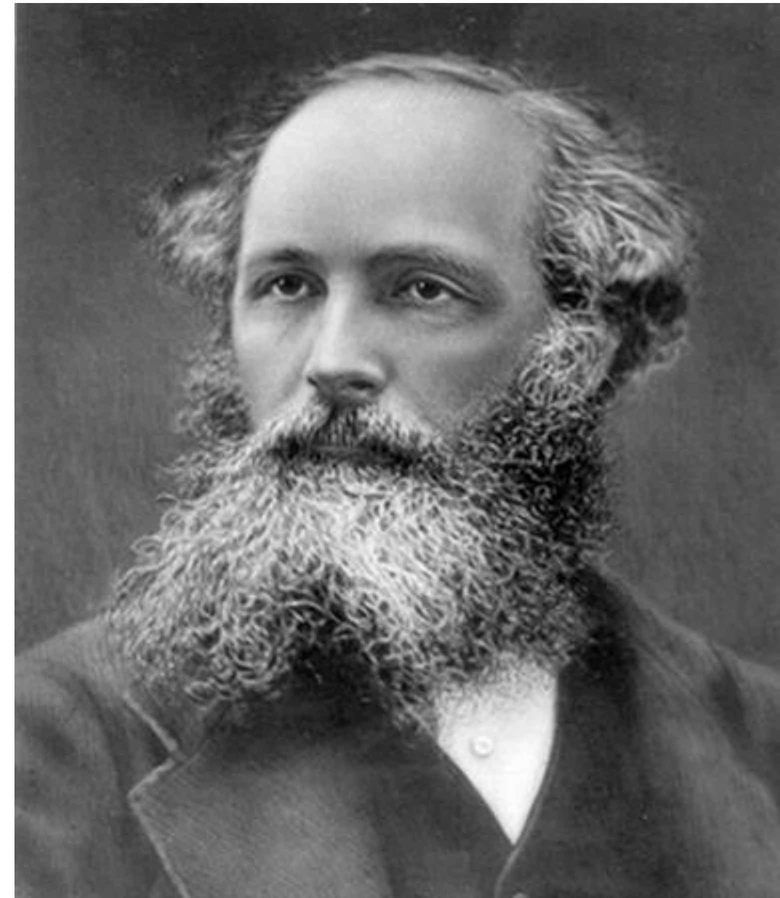
Assim, obtemos as quatro equações de Maxwell na sua forma original. Veremos, adiante, que por meio de substituições é possível representar essas equações de muitas outras formas.

$$\nabla \cdot D = \rho_v$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$





A natureza ondulatória da luz

Éter luminífero?

Por meio de lei de Ampere com adição de Maxwell, sabemos que uma variação na densidade de fluxo elétrico produz uma variação no campo magnético. Já por meio de lei de Faraday, sabemos que uma variação no campo magnético produz uma mudança no campo elétrico, o que nos leva novamente à lei de Ampere com adição de Maxwell.

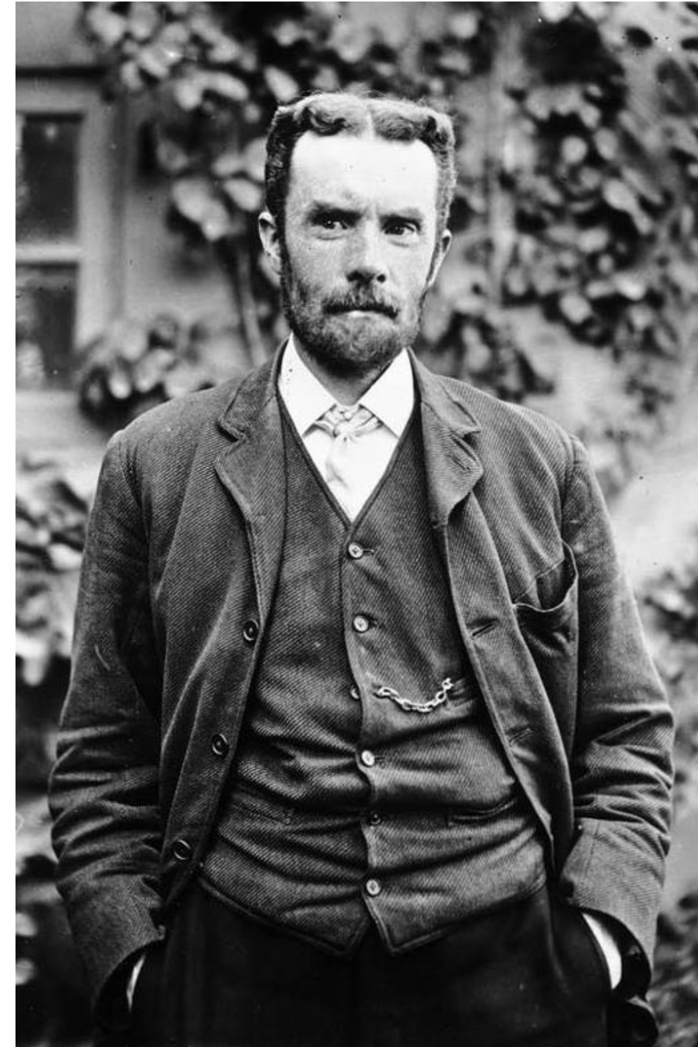
Assim, associando essas duas propriedades, concluímos que podem existir ondas eletromagnéticas que se sustentam e propagam sem a presença de um meio. E isso, portanto, dispensa a necessidade de um éter luminífero.



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Nos resta descrever, de forma matemática, o comportamento de uma onda eletromagnética. Para fazer isso, precisaremos das equações de Maxwell em outra forma, a desenvolvida pelo matemático e engenheiro eletricista Oliver Heaviside, na qual, através de substituições, as equações passam a envolver somente os vetores campo elétrico e campo magnético.



$$\nabla \cdot E = 0$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \varepsilon\mu\frac{\partial E}{\partial t}$$



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

$$\nabla \cdot E = 0$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \varepsilon\mu \frac{\partial E}{\partial t}$$

Aplicamos o operador rotação nas duas últimas equações, obtendo:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla \times \left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right) = -\mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \nabla \times \left(\varepsilon\mu \frac{\partial E}{\partial t}\right) = -\mu\varepsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Levamos a seguinte identidade em conta:

$$\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot \mathrm{A}) = \nabla^2 A$$

E, assim, chegamos em:

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \nabla^2 E = 0$$

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \nabla^2 B = 0$$

Em que

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

E v corresponde à velocidade de propagação no meio.



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Para o vácuo, temos os valores experimentais de $\varepsilon = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{Fm^{-1}}$ e $\mu = 1{,}256 \times 10^{-6}\ \mathrm{Hm^{-1}}$ e, portanto, temos:

$$v = \frac{1}{\sqrt{8.854 \times 10^{-12} \times 1{,}256 \times 10^{-6}}} = 2{,}998 \times 10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}} = c$$

Esse valor, chamado de c, é a velocidade da luz no vácuo, e é reconfortante saber que ele condiz com os resultados experimentais.



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

De volta as equações obtidas, temos:

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \nabla^2 E = 0$$

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \nabla^2 B = 0$$

Temos duas equações diferenciais parciais e ambas aceitam uma família de soluções. Porém, essas duas equações estão associadas, o que significa que as duas soluções ainda precisam atender a alguns critérios para serem aceitas.



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Começaremos com o campo elétrico e uma onda plana, de equação dada por:

$$E(r,t) = E_0 \cos(k \cdot r - \omega t + \phi)$$

Ou seja, temos uma função que recebe uma posição r (constituída de coordenadas x, y e z) e um tempo t, e devolve o valor do campo elétrico. Além disso, E_0 é o vetor na forma de máximo que a onda pode ter (também chamado de amplitude, com coordenadas x, y e z), ω é a frequência angular da onda (em radianos por segundo), ϕ é a diferença de fase, responsável por determinar a defasagem da onda e k é o vetor de onda angular (também constituído de coordenadas x, y e z).



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Começaremos com o campo elétrico e uma onda plana, de equação dada por:

$$E(r,t) = E_0 \cos\left(\vec{k} \cdot r - \vec{\omega}t + \vec{\phi}\right)$$

Essa equação só é uma solução para a primeira equação diferencial parcial se:

$$\vec{\omega} = \left|\vec{k}\right| c$$

Além disso, o campo elétrico deve ser ortogonal ao vetor amplitude, ou seja:

$$\vec{k} \cdot E = 0$$

Da mesma forma, podemos construir a equação para o campo magnético

$$B(r,t) = B_0 \cos\left(\vec{k}' \cdot r - \vec{\omega}'t + \vec{\phi}'\right)$$

Em que os valores de $\vec{k}$e $\vec{\omega}'$estão sujeitos à mesma relação.



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Você pode verificar que esses valores devem ser exatamente os mesmos da equação do campo elétrico, ou seja:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}'$$

$$\vec{k} = \vec{k}'$$

$$\vec{\phi} = \vec{\phi}'$$

Definimos $\hat{n}$ como sendo o vetor unitário na direção de propagação, ou seja:

$$\vec{n} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

Assim, podemos reescrever:

$$E_0 = -\vec{n} \times B_0$$

O que significa que os campos elétrico e magnético têm o mesmo vetor, ou seja, os mesmos comprimentos de onda ($\lambda = 2\pi/k$), que suas amplitudes são iguais ($E_0 = B_0$), que eles são ortonormais ($E_0 \cdot B_0 = 0$) e que cada campo é normal em relação à direção de propagação ($E_0 \cdot \hat{n} = 0 = B_0 \cdot \hat{n}$).



A natureza ondulatória da luz

Equação da onda eletromagnética

Assim, isso nos leva às equações que descrevem o campo elétrico e o campo magnético:

$$E(r,t) = E_0 \cos\left(\vec{k} \cdot r - \vec{\omega} t + \vec{\phi}\right)$$

$$B(r,t) = (\hat{n} \times E_0) \cos\left(\vec{k} \cdot r - \vec{\omega} t + \vec{\phi}\right)$$



A natureza ondulatória da luz

Passando para uma única direção

Assim, isso nos leva às equações que descrevem o campo elétrico e o campo magnético:

$$E(r,t) = E_0 \cos(\vec{k} \cdot r - \vec{\omega} t + \vec{\phi})$$

$$B(r,t) = (\hat{n} \times E_0) \cos(\vec{k} \cdot r - \vec{\omega} t + \vec{\phi})$$

Essas equações recebem um conjunto de valores, e devolvem vetores associados a esse conjunto. Ela são, portanto, funções vetoriais. Porém, visualizar um campo vetorial, da forma que gostaríamos, é complicado. E é ainda mais complicado entender pela primeira vez fenômenos como interferência, reflexão, espalhamento e difração usando campos vetoriais.

Podemos simplificar o problema assumindo que a onda se propaga em uma direção específica (como o eixo x) e que, portanto o campo elétrico aponta para o eixo y e o campo magnético para o eixo z. Assim, os vetores que a função recebia passam a ser grandezas escalares.



A natureza ondulatória da luz

Passando para uma única direção

Com essas simplificações, as equações, com suas respectivas projeções, passam a ser:

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

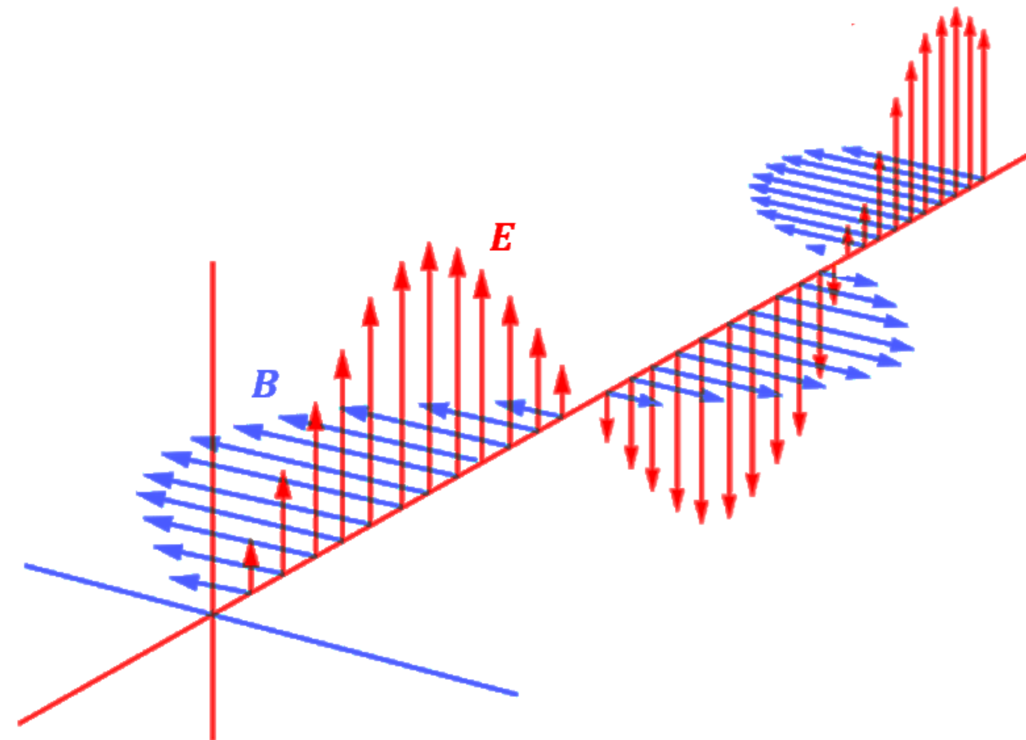
$$B(x,t) = B_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

Como a velocidade de propagação da luz no vácuo é c e k é agora uma grandeza escalar, temos que:

$$\omega = kc$$

E, portanto, o valor de ω depende diretamente do valor de k, o que significa que essas variáveis podem ser acopladas.

mostra o resultado da projeção dessas duas funções no plano. Note que a onda se propaga na direção x (a direção escolhida), e que os vetores campo elétrico E e campo magnético B são perpendiculares à direção de propagação e também perpendiculares entre si.





A natureza ondulatória da luz

Passando para uma única direção

Para saber como cada componente afeta a função de onda, usaremos o GeoGebra.



A natureza ondulatória da luz

E se usarmos uma função seno?

Para resolver as equações de Maxwell, usamos uma função cosseno. Porém, o mesmo poderia ter sido feito com uma função seno, afinal, a diferença entre elas é meramente uma diferença de fase de $\frac{\pi}{2}$. Ou seja:

$$E_0 \cos(kx - \omega t) = E_0 \operatorname{sen}\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

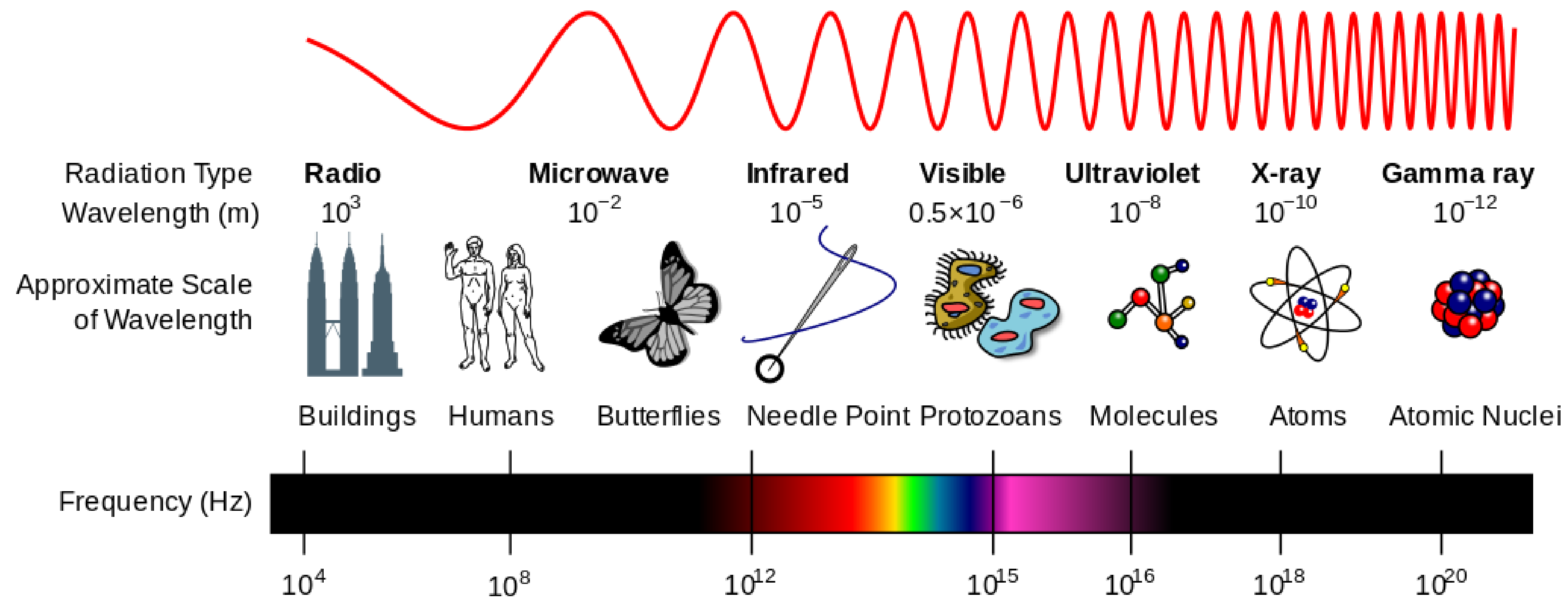


A natureza ondulatória da luz

Espectro de ondas eletromagnéticas

Até agora, usamos os termos “luz” e “ondas eletromagnéticas” de forma equivalente. E, de fato, a luz visível é um tipo de onda eletromagnética, mas não é a única: raios-x, ondas de rádio, infravermelho, radiação gama e ultra violeta também são ondas eletromagnéticas.

Elas diferem entre si pelo comprimento de onda (e, por consequência, também pela frequência e período), e formam o espectro eletromagnético: as ondas de maior comprimento (e portanto menor frequência) são as de rádio, e o espectro prossegue para as micro-ondas, infravermelho, todo o espectro de luz visível, o ultra violeta, os raios-x e os raios gama.





A natureza ondulatória da luz

Representação complexa

Abordaremos, agora, números complexos. De acordo com a identidade de Euler, temos:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Fazendo a substituição $\theta = kx - \omega t$, chegamos em:

$$E_0 e^{i(kx-\omega t)} = E_0[\cos(kx - \omega t) + i\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)]$$

Dizemos que a parte real da equação acima é a solução física para o problema. Ao passo que essa representação é usada em física clássica por conveniência, em física quântica ela é essencial.



A natureza quântica da luz

Radiação de corpo negro

Conforme veremos mais adiante, quando aquecemos um corpo, ele começa a brilhar. Isso acontece porque, ao aquecer, excitamos os elétrons na superfície do material, o que faz com que eles acelerem e desacelerem, irradiando luz.

Um corpo negro é um corpo que absorve toda a luz incidida sobre ele, não refletindo nada. Quando o corpo negro é aquecido, ele então começa a irradiar luz. Porém, esse conceito é ideal, e não corresponde a nenhum corpo do mundo real: afinal, qual corpo teria essas propriedades? Mas ao final do século XIX, cientistas finalmente propuseram um aparato que se aproximaria, com aceitável precisão, ao comportamento de um corpo negro.

Tratava-se de uma esfera oca, revestida em seu interior de material reflexivo, com uma pequena abertura para irradiação de luz e com bordas duplas, com vácuo no espaço entre elas. Eventualmente, alguma luz seria refletida pela abertura e escaparia, mas a maior parte seria refletida em seu interior até ser absorvida. Quando o corpo fosse aquecido, a cavidade começaria a brilhar.